Лекция 18 общего курса. «R-метрика полного движения»

План

В этой лекции мы продолжим тему *полного движения*, рассматриваемую ранее в лекции 10 базового курса и в лекции 17 общего курса[1]. Я вновь возвращаюсь к этой теме, в силу большой ее важности для построения *субъектной динамики* – теории субъектной активности[2]. Такая теория, отчасти выраженная в модели спирального эпителесного развития (СЭР)[3], и предполагающая концепт «полного движения», должна стать центральной динамической конструкцией метаонтологии.

1. *Уравнение возникновения движения*

[1] См. http://neoallunity.ru/lec/lec10.pdf и http://neoallunity.ru/lec/lec17_.pdf.

[2] См. также http://neoallunity.ru/lec/lec9.pdf.

[3] См. лекции 3-10 общего курса.

Как уже отмечалось в лекции 10 базового курса[4], полное движение – это движение «от начала и до конца», т.е. такое движение, которое появляется в начале и исчезает в конце. В связи с этим возникает задача – описать появление и исчезновение движения. Давайте в некоторой мере остановимся на этой проблеме.

Далее будет предполагаться, что движение выражается в изменении некоторого *количественного параметра*, и математически описание движения будет моделироваться через закон изменения этого параметра.

Во-первых, рассмотрим процесс *возникновения движения*.

В общем случае возникновение – это появление не-нуля из нуля, $0 \to$не-0, т.е. когда нечто (не-0) появляется из ничто (0). Как это возможно?

В описании этого процесса нам опять помогут R-функции, которые мы уже использовали в лекции 16 общего курса[5] для выражения «ненулевых нулей», т.е. величин вида

(1) $R^{-1}_m(y)$,

где R^{-1}_m – дифференциальная обратная R-функция с верхней границей m. Каково бы ни было y, величина $R^{-1}_m(y)$ всегда меньше m. Если m выражает некоторый нижний порог количества, то все величины $R^{-1}_m(y)$, лежащие в интервале (-m,+m), образуют малую количественную область – *монаду нуля*, которая выступает «ненулевым нулем». Величины внутри монады суммируются *внутренним сложением*:

(2) $R^{-1}_m(y_1) +_m R^{-1}_m(y_2) = R^{-1}_m(y_1+y_2)$.

Такое сложение является *неархимедовым*, т.е. оно никогда не выйдет за границу монады m, воспроизводя для элементов монады неархимедово сложение нулей.

Таким образом, предположим, что количество имеет нижний порог различимости m, и элементы монады $R^{-1}_m(y)$ оказываются лежащими ниже этого порога, т.е. не различаются данной количественной системой как ненулевые. В то же время, с точки зрения более различающей количественной системы, элементы монад различаются как ненулевые. Так эти элементы оказываются «ненулевыми нулями».

[4] См. http://neoallunity.ru/lec/lec10.pdf.

[5] См. http://neoallunity.ru/lec/lec16_.pdf.

В этом случае процесс возникновения не-нуля из нуля, 0→не-0, можно представить как процесс *прорыва количественного процесса на границу монады*. Осталось понять, как можно было бы математически выразить такой прорыв.

Допустим, что вначале есть количественный процесс $R^{-1}_m(y)$, где растет y, т.е. из y возникает затем большее количество $y + \Delta y > y$. Тогда в рамках монады это будет количественный рост вида

(3) $R^{-1}_m(y) \to R^{-1}_m(y + \Delta y)$,

который никогда не может вывести за верхнюю границу монады m.

Такой количественный процесс будем называть *режимом замыкания* относительно монады и обозначим его $З_1(y) = R^{-1}_m(y)$.

Предположим далее, что определена еще одна обратная R-функция $R^{-1}_{m*}(y)$, где m*>m. Будем называть ее *эпидифференциальной* (*эпимонадической*) обратной R-функцией. Пусть m-монада лежит внутри области значений функции R^{-1}_{m*}, т.е. дана через функцию $R^{-1}_{m*}oR^{-1}_m$ [6], так что режим замыкания относительно такой «сжатой» монады приобретает вид $З_1(y) = R^{-1}_{m*}oR^{-1}_m(y)$. Верхней границей сжатой монады будет не величина m, но $R^{-1}_{m*}(m)$.

Тогда режим замыкания $З_2(y) = R^{-1}_{m*}(y)$ относительно функции R^{-1}_{m*} сможет вывести за границу $R^{-1}_{m*}(m)$ и выступит как *режим размыкания* относительно сжатой монады с верхней границей $R^{-1}_{m*}(m)$. Это значит, что найдется такой конечный y, что $R^{-1}_{m*}(y) = R^{-1}_{m*}(m)$. Отсюда следует, что это y=m.

Теперь процесс прорыва за границы монады можно выразить следующим образом.

Положим, что есть некоторое начальное состояние внутримонадического количества $R^{-1}_{m*}oR^{-1}_m(y_0)$.

Затем происходит прирост количества на Δy, т.е. образуется величина $y_1 = y_0+\Delta y$. Это приводит к тому, что возникает *смешанное количество*, которое с некоторой степенью $\beta(y_1)$ выражает режим размыкания $З_2$, а на степень $(1-\beta(y_1))$ – режим замыкания $З_1$. Обобщая эту идею, получим, что смешанный количественный процесс приобретет следующий общий вид:

(4) $P(y,\beta) = P(З_1(y),З_2(y),\beta)$,

[6] Формой fog, как это принято в математике, обозначается *композиция* функций g и f, где fog(x) = f(g(x)).

где $P(З_1(y),З_2(y),0) = З_1(y)$ и $P(З_1(y),З_2(y),1) = З_2(y)$.

Назовем такой количественный процесс *режимом смешанного размыкания*.

Для режима смешанного размыкания потребуем, чтобы он был возрастающей функцией на интервале от $\beta=0$ до $\beta=1$, т.е. чтобы выполнялось неравенство

(5) $dP(y,\beta(y))/dy > 0$ при $y \in (y_0,m)$.

Коэффициент $\beta(y)$ можно подобрать так, чтобы при $y=y_0$, где $y_0<m$, он был равен нулю, а на значении $y=m$ этот коэффициент принимал бы значение 1. Например:

(6) $\beta(y) = (y-y_0)/(m-y_0)$.

Один из примеров режима смешанного размыкания (4) в R-функциях мог бы выглядеть следующим образом:

(7) $P(y,\beta) = R^{-1}_{m*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$.

По поводу доказательства выполнения условия возрастания (5) для (7) см. Приложение 1. В формуле (7) предполагается, что обратная R-функция $f(y) = R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$ стремится к тождественному отображению $y = x$ при $\beta \to 1$, когда величина $m/(1-\beta)$ устремится к бесконечности[7]. Поэтому, чем больше β, тем ближе функция $R^{-1}_{m*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}$ к R^{-1}_{m*}.

Полагаем, что режим смешанного размыкания развивается от $\beta=0$ до $\beta=1$. Посмотрим на значения этого процесса в начале и в конце его развития.

При $\beta=0$ имеем, что $y=y_0$, и

(8) $P(y_0,0) = R^{-1}_{m*} o R^{-1}_{m}(y_0) = З_1(y_0)$,

т.е. состояние количества в этом случае полностью совпадает с режимом замыкания $З_1$ относительно монады. С этого начинается процесс.

Когда же $\beta=1$, то $y=m$, и здесь получим:

(9) $P(m,1) = R^{-1}_{m*}(m) = З_2(m)$,

[7] Условие $\lim_{\beta\to 1} R^{-1}_{m/(1-\beta)}(x) = x$ будет выполнено, если $\lim_{m\to\infty} R^{-1}_{m}(x) = x$. В самом деле, функция $m/(1-\beta)$ определена по β в окрестности 1 и имеет предел $\lim_{\beta\to 1} m/(1-\beta) = \infty$. Тогда, представляя $R^{-1}_{m/(1-\beta)}(x)$ как сложную функцию $f(x,y(\beta))$, где $y(\beta)=m/(1-\beta)$, по теореме о существовании предела сложной функции получим, что $\lim_{\beta\to 1} R^{-1}_{m/(1-\beta)}(x) = \lim_{m\to\infty} R^{-1}_{m}(x) = x$.

т.е. при завершении режима смешанного размыкания просиходит достижение верхней границы монады и в точности реализуется режим размыкания З$_2$ относительно монады.

Переход

(10) $P(y_0,0) \rightarrow P(m,1)$

описывает в этом случае разворачивание режима смешанного размыкания как процесс прорыва внутримонадического количества в точности на границу монады – см. рис.1.

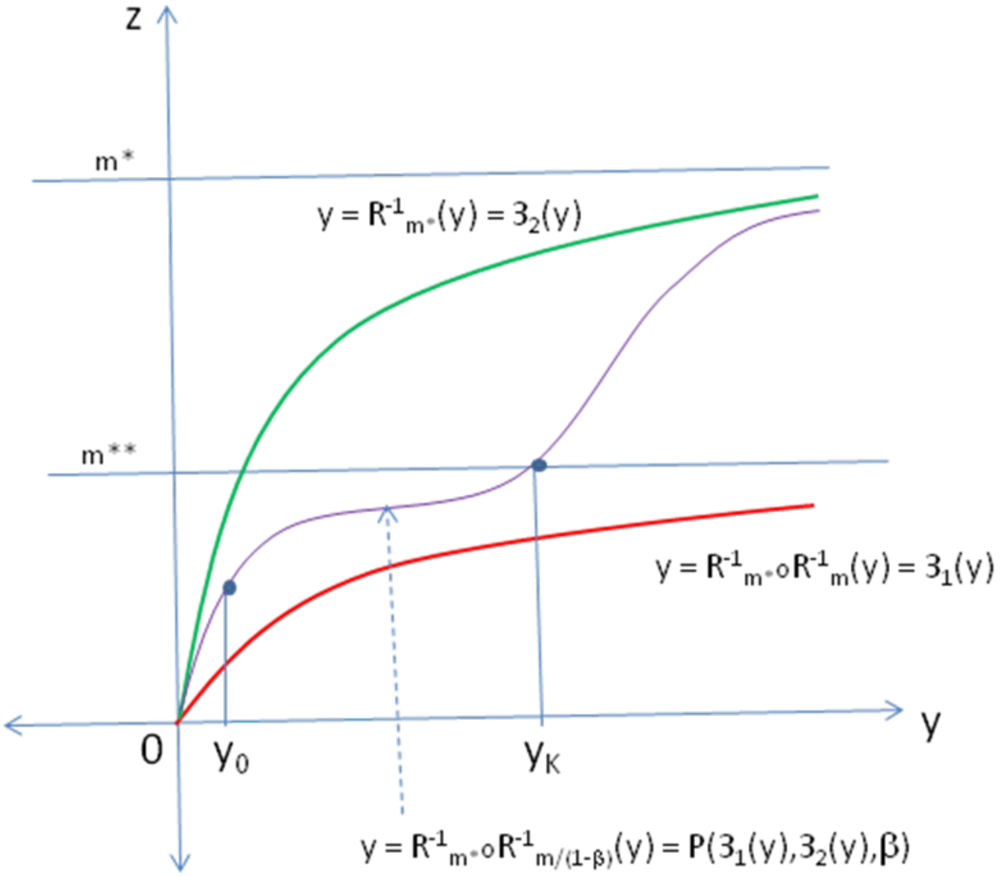

Рис.1. Изображены положительные половины двух обратных R-функций $З_1(y) = R^{-1}{}_{m*}oR^{-1}{}_m(y)$ (выделена красным) и $З_2(y) = R^{-1}{}_m(y)$ (выделена зеленым), где $m^*>m^{**}$ и $m^{**} = R^{-1}{}_{m*}(m)$. Между ними строится смешанный режим размыкания $P(З_1(y),З_2(y),\beta)$, который определен при $y_0 \le y \le y_K$ и на этом участке следует промежуточной тонкой сиреневой линии, переходящей от З$_1$ к З$_2$ (такой плавный переход от З$_1$ к З$_2$ призван образно передать смешанность режима размыкания $P(З_1(y),З_2(y),\beta)$).

Как видно из структуры описанной математической модели, такой прорыв становится возможным, благодаря возникновению режима смешанного размыкания, когда количественный процесс оказывается смесью внутри- и внемонадического количества, и чем далее растет количество, тем большим оказывается вклад внемонадического количества, что в конце концов и обеспечивает прорыв на границу монады.

Так может быть описан универсальный количественный процесс возникновения ненулевого количества из нуля.

Таким образом, если процесс полного движения начинается как процесс возникновения количества (движения), то для описания такого возникновения необходимо привлекать смешанный процесс размыкания (4), где взаимодействуют две R-функции – монадическая R^{-1}_{m} и эпимонадическая R^{-1}_{m*}.

2. Уравнение исчезновения движения

Оказывается, что аналогичным образом можно описать и процесс *исчезновения* (*завершения*) движения. В отличие от возникновения движения, где идет переход от нуля к не-нулю, *процесс завершения движения – это переход движения от конечности к бесконечности*[8]. Но по своей внутренней структуре этот процесс вполне аналогичен процессу возникновения, если только рассматривать прорыв количества на границу не монады, но некоторой *конечной системы количества*, которая образована действием обратной *базовой* R-функции R^{-1}_{M}, и верхняя граница M выражает здесь аналог бесконечности для данного типа количества. Область значений (-M,+M) обратной базовой R-функции R^{-1}_{M} можно называть также *базовой галактикой*[9].

В этом случае количество движения будем выражать в области значения некоторой базовой обратной R-функции R^{-1}_{M}, которая в свою очередь погружена в *эпибазовую* R-функцию R^{-1}_{M*}, где M*>M. Область значений (-M*,+M*) функции R^{-1}_{M*} можно называть *эпибазовой галактикой*.

[8] Здесь я предполагаю процесс инфинитного полного движения как количественный процесс роста от нуля до бесконечности.

[9] В общем случае области значения обратных R-функций можно называть *галактиками*. В этом случае монады – это малые галактики, играющие роль несравнимо малых величин.

Тогда с базовой R-функцией будет связан первый режим замыкания $З^*_1(x) = R^{-1}_{M^*}oR^{-1}_M(x)$, а с эпибазовой R-функцией – второй режим замыкания $З^*_2(x) = R^{-1}_{M^*}(x)$, который для области значения базовой обратной R-функции выступает как режим размыкания.

Как и ранее, окончание движения можно выразить как прорыв количества на верхнюю границу $R^{-1}_{M^*}(M)$ области значения сжатой базовой галактики. Отсюда получим аналогичную формулу для смешанного режима размыкания в данном случае:

(11) $P(x,\alpha) = P(З^*_1(x),З^*_2(x),\alpha)$,

где $P(З^*_1(x),З^*_2(x),0) = З^*_1(x)$ и $P(З^*_1(x),З^*_2(x),1) = З^*_2(x)$.

Коэффициент α может быть определен по аналогии с β, но для значений x из области определения базовой и эпибазовой обратных R-функций (подробнее см. Приложение 2).

Как и прежде, для режима смешанного размыкания потребуем, чтобы он был возрастающей функцией на интервале от α=0 до α=1, т.е. чтобы выполнялось неравенство

(12) $dP(x,\alpha)/dx > 0$ для $x \in (x_0,x_K)$,

где x_0 – начальное, x_K – конечное значение x.

Как и ранее, режим смешанного размыкания развивается от значения α=0, где $x=x_0$, и

(13) $P(x_0,0) = З^*_1(x_0) = R^{-1}_{M^*}oR^{-1}_M(x_0)$,

до значения α=1, где $x=x_K$, и

(14) $P(x_K,1) = З^*_2(M) = R^{-1}_{M^*}(M)$.

Здесь также можно предположить следующий конкретный вариант режима смешанного размыкания:

(15) $P(x,\alpha) = R^{-1}_{M^*}oR^{-1}_{M/(1-\alpha)}(x)$.

Таким образом, базовое количество растет от некоторого начального состояния, которое полностью принадлежит режиму замыкания базовой системы количества, до своего прорыва на верхнюю границу базового количества. Тем самым это количество достигает своего предела и останавливается.

3. Уравнение полного движения

Таким образом, используя R-функции, мы имеем возможность впервые записать уравнения возникновения и завершения (исчезновения) движения[10]. Нам остается только соединить эти два процесса, чтобы выразить полное движение как *единство* возникновения и завершения движения.

Для этого нам достаточно соединить уравнения (4) и (11) в единое отношение, которое будет выглядеть следующим образом:

(16) $P(x,y,\alpha,\beta) = P(З^*_1(x+P(З_1(y),З_2(y),\beta)),З^*_2(x),\alpha) =$

$= R^{-1}_{M^*} o R^{-1}_{M/(1-\alpha)}(x + R^{-1}_{m^*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)).$

Здесь соединены воедино процесс возникновения движения, который выражен формой $P(З_1(y),З_2(y),\beta) = R^{-1}_{m^*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$, и процесс развертывания и завершения движения, выраженный формой $P(З^*_1(x),З^*_2(x),\alpha) = R^{-1}_{M^*} o R^{-1}_{M/(1-\alpha)}(x)$.

Будем также полагать, что $x_0=0$, т.е. когда начинается процесс возникновения движения внутри монады, то базовое количество является нулевым.

Когда движение возникнет, и монадическое количество достигнет своей верхней границы $R^{-1}_{m^*}(m)$ на оси x, то это значение станет первым ненулевым значением на шкале базового количества. Дальнейший рост базового количества также будет идти через порции прироста монадического количества, когда будут чередоваться процессы внутримонадического роста с изменением β и фиксированным значением α, а затем, когда будет достигнут очередной монадический прорыв, изменится очередное значение x и связанный с ним коэффициент α. Такая структура роста базового количества будет означать его приращение «конечными дифференциалами» монадических приращений, так что момент возникновения движения окажется распределенным по всему базовому количеству – оно каждый раз будет в некоторой мере возникать на уровне очередных монадических приращений. Это также значит, что полное движение будет иметь *квантовый* характер – оно будет складываться квантами монадических приращений.

Более строго структура полного движения описана в *Приложении 2*.

---

[10] Замечу, что уравнения (4) и (11) можно рассматривать как формализации пресловутого *второго закона диалектики*, утверждающего переход количественных изменений в качественные.

В итоге мы видим, что объединенный режим смешанного размыкания (16) требует для описания структуры полного движения *четыре* R-функции (дифференциальной, эпидифференциальной, базовой и эпибазовой).

В связи с этим, систему обеспечения количества в рамках режима (16) можно называть *четырехслойной R-метрикой*.

4. *К математике необратимости полного движения*

Последний момент, который должен быть структурно выражен в связи с полным движением – это *необратимость* полного движения, возникновения этого движения как собственной «стрелы времени»[11].

В предыдущей лекции[12] мы видели связь необратимости с логикой изменения *динамического абсолютного* $\Omega(t)$, которое не может уменьшаться, и в определениях современной физики выражается в форме энтропии. Динамическое абсолютное выступает как *онтологическое пространство* – максимум онтологической совместимости в данный момент времени. В рамках локальных мироподобных систем возникают малые аналоги динамического абсолютного – *малые динамические абсолютные* $\omega(t)$, которые – в силу своего подобия $\Omega(t)$ – также не могут уменьшаться. Подобие между большим $\Omega(t)$ и малым $\omega(t)$ динамическими абсолютными можно выразить действием соответствующей R-функции:

(17) $R^{-1}_{\omega}(\Omega(t)) = \omega(t)$.

С этой точки зрения полное количество $P(x,y,\alpha,\beta)$, выраженное формулой (16), представляет собой некоторое динамическое абсолютное $\omega(t)$, которое не может уменьшаться.

Если касаться более математического выражения этого феномена, то здесь следует отметить тесную связь отрицательных чисел с М-числами[13] в случае финитного количества.

---

[11] О связи полного движения с необратимостью см. http://neoallunity.ru/lec/lec10.pdf.

[12] См. http://neoallunity.ru/lec/lec17_.pdf.

[13] О понятии М-чисел в системе *двуполюсного количества* см. http://neoallunity.ru/lec/lec13_.pdf.

В самом деле, пусть дан интервал (-M,+M), который образован обратной R-функцией R^{-1}_M из всего множества вещественных чисел (-∞,+∞). В этом случае отрицательная 0-величина $(-x)_0$, где x>0, может быть изображена как вектор, отложенный в сторону -M от нуля – см. рис.2.

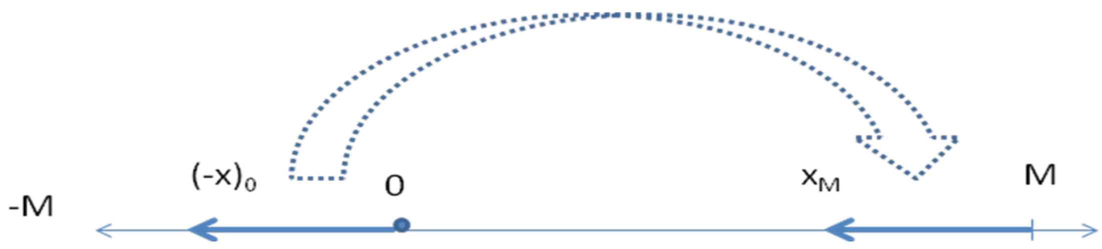

Рис.2. Представление отрицательных 0-величин как положительных M-величин.

Теперь перенесем, не меняя направление[14], этот вектор к полюсу +M – получим величину x_M, т.е. *положительное* M-число, растущее от полюса M.

Верно и обратное – если дано положительное M-число x_M, то параллельным переносом его к полюсу нуля, мы получим *отрицательную* 0-величину $(-x)_0$.

Таким образом, в случае финитного R-количества мы видим тесную связь отрицательных 0-величин и положительных M-величин – величин, растущих к нулю от противоположного полюса количества. Наличие одних равносильно в этом случае наличию других.

В то же время, в случае полного движения можно предполагать, что *финалом* этого движения является как раз достижение верхней границы M базовой системы количества[15]. И пока полное движение есть, финала еще нет. Когда же финальное значение будет достигнуто, исчезнет движение[16]. Таким образом, полное движение реализуется до тех пор, пока не достигнута верхняя граница M, которая как раз представляет собой противоположный полюс количества. Следовательно, в полном движении не могут реализовать себя M-величины, но реализуют себя только 0-величины. Поскольку с положительными M-величинами оказываются связанными отрицательные 0-величины, то

---

[14] Перенос вектора в пространстве, не меняющий его направления, называется *параллельным переносом*.

[15] Тем самым предполагается, что в структуре полного движения появляется момент *финальности* – данности финала этого процесса как одной из причин его активности.

[16] Можно сказать и так, что в самом движении финал движения дан только потенциально.

отсутствие положительных М-величин приводит к невозможности отрицательных 0-величин в системе полного движения. Следовательно, это движение реализует себя только *положительными 0-величинами*, что и означает математическое выражение *необратимого роста количества* в процессе полного движения.

Таково более формальное основание необратимости полного движения как роста динамического абсолютного, благодаря чему полное движение реализуется как собственная стрела времени.

Подводя итог, мы видим, что полное движение соединяет в себе:

1) Возникновение движения,

2) Квантование движения,

3) Необратимость движения (данность своей стрелы времени),

4) Завершение (исчезновение) движения.

Единство этих четырех свойств описывается в уравнении (16) четырехслойной R-метрикой и свойствами финитного R-количества.

5. Полное движение и ОТО

Название «метрика» может быть оправдано также тем, что смешанные режимы размыкания (16) можно представить как *функции преобразования координат*, частные производные которых входят в определение метрики – фундаментального метрического тензора $g_{\mu\nu}$.

В частности, можно предполагать представление пространства в общей теории относительности (ОТО) в системе *R-координат*, которые могут быть получены на основе R-метрики как функций преобразований координат. В простейшем случае можно перейти к сферической системе координат, в которой R-преобразованиям будет подвергаться только радиус пространства[17]. В этом случае описанная R-метрика окажется законом изменения финитного пространства (величины его радиуса) во времени. Процессу

[17] Тогда пространство предстанет конечным трехмерным шаром радиуса М, т.е. как одна из разновидностей 1-пространства в составе 1-пространства-времени в модели двуслойного R-пространства-времени (см. http://neoallunity.ru/lec/lec15_.pdf).

возникновения движения будет соответствовать процесс возникновения пространства Вселенной из точки сингулярности. Процесс завершения движения будет выражаться в форме достижения некоторого конечного максимума пространства (имеется в виду модель постоянно расширяющегося пространства Вселенной). Оба эти процесса, как было показано, требуют синтеза нескольких количественных режимов. В частности, соединение в режиме смешанного размыкания (16) дифференциальной и базовой R-функций можно связывать с идеей синтеза макро- и микрофизических параметров, которые сегодня выражаются теорией относительности и квантовой механикой.

Следует также иметь в виду, что при переходе к системе R-координат произойдет описанное в Приложении 3 совпадение времени с ростом пространства, так что время перестанет быть независимой координатой и начнет выражаться в необратимом росте пространства. Так будет обеспечено основание для несимметричной во времени физики.

Если из R-метрики (16) оставлять только базовую обратную R-функцию[18], то возникает гладкое преобразование координат, относительно которого будет продолжать работать ОТО (хотя и в этом случае пространство приобретет *конечный* радиус, который будет расти со временем). Однако в этом случае исчезнет начало и конец эволюции пространства и квантование процесса расширения пространства. Иными словами, исчезнут все сингулярности, как это и должно быть в ОТО. Следовательно, переход к более сложной R-метрике предполагает выход за рамки ОТО к пресловутой *квантовой теории гравитации* (КТГ), в рамках которой предполагается решение проблем сингулярности и которая, по мнению британского физика Р.Пенроуза, должна быть несимметричной во времени теорией[19]. С этой точки зрения, теорию R-метрики можно рассматривать как один из существенных элементов будущей КТГ.

Одновременно R-метрика, будучи законом построения полного движения, должна будет играть важную роль для описания субъектных активностей, как это было предположено в лекции 10 базового курса[20]. Для живых существ также должна будет работать несимметричная во времени субъектная динамика.

[18] Это значит, что из формулы $R^{-1}_{M*} \circ R^{-1}_{M/(1-\alpha)}(x + R^{-1}_{m*} \circ R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y))$ мы оставляем только составляющую $R^{-1}_{M}(x)$.

[19] Интересно было бы посмотреть с этой точки зрения на феномен квантования полного движения как на возможный момент внесения квантовых эффектов в ОТО. Более конкретно это могло бы означать возникновение квантования радиуса растущей Вселенной, в связи с чем такой радиус следовало бы представить как *наблюдаемую* в квантовой теории, которой сопоставлен свой оператор.

[20] См. http://neoallunity.ru/lec/lec10.pdf.

Так, в лице R-метрики полного движения должны будут впервые сойтись несимметричная динамика глобальной эволюции физической Вселенной и необратимая динамика субъектной активности.

Приложения

Приложение 1. *Доказательство возрастания*

Покажем, что функция $P(y,\beta) = R^{-1}_{m*}oR^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$ является возрастающей на области определения $y\in[y_0,m]$, где $0<y_0<m$, $\beta\in[0,1]$, и $R^{-1}_s(y) = (s/M)R^{-1}_M(y)$ для базовой обратной R-функции $R^{-1}_M(y)$.

Для функции $z(y,\beta) = R^{-1}_{m*}oR^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$ получим производную

(1) $dz/dt = (\partial z/\partial y)dy/dt + (\partial z/\partial\beta)d\beta/dt$.

Если t=y, то

(2) $dz/dy = (\partial z/\partial y) + (\partial z/\partial\beta)d\beta/dy$.

Здесь получим: $\partial z/\partial y = (\partial R^{-1}_{m*}(p)/\partial p)(\partial R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)/\partial y)$, где $p = R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$. Так как обратные R-функции есть возрастающие функции, то $(\partial R^{-1}_{m*}/\partial p)>0$ и $(\partial R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)/\partial y)>0$. Отсюда получим, что $\partial z/\partial y>0$. Также $d\beta/dy = d((y-y_0)/(m-y_0))/dy = (m-y_0)^{-1}>0$.

Далее имеем: $\partial z/\partial\beta = (\partial R^{-1}_{m*}(p)/\partial p)(\partial R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)/\partial\beta)$, где $p = R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$. Для $(\partial R^{-1}_{m*}(p)/\partial p$ имеем неравенство $(\partial R^{-1}_{m*}(p)/\partial p>0$. Осталось оценить знак величины $\partial R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)/\partial\beta$.

Пусть $R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y) = f(y,s)$, где $s = m/(1-\beta)$. Тогда

(3) $\partial f/\partial\beta = (\partial f/\partial y)(\partial y/\partial\beta) + (\partial f/\partial s)(\partial s/\partial\beta)$.

Для первого слагаемого получим: $\partial f/\partial y = \partial R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)/\partial y>0$. Далее $\partial s/\partial\beta = ds/d\beta = d(m/(1-\beta))/d\beta = m/(1-\beta)^2>0$. Поскольку $y = \beta(m-y_0)+y_0$, то $\partial y/\partial\beta = dy/d\beta = (m-y_0)>0$.

Осталось оценить величину $\partial f/\partial s$. Если принимать, что $R^{-1}_s(y) = (s/M)R^{-1}_M(y)$, то $\partial f/\partial s = (M^{-1})R^{-1}_M(y)>0$ при $y>0$, что соответствует области определения $y\in[y_0,m]$.

Собирая все вместе, получим, что $df/d\beta>0$ и $\partial z/\partial\beta>0$. Итак, окончательно имеем, что $dz/dy>0$.

Приложение 2. *Алгоритм построения R-метрики полного движения*

Предполагаем, что смешанный режим размыкания имеет вид

(1) $P(x,y,\alpha,\beta) = R^{-1}{}_{M*}oR^{-1}{}_{M/(1-\alpha)}(x + R^{-1}{}_{m*}oR^{-1}{}_{m/(1-\beta)}(y))$.

Более строго структура полного движения может быть описана следующим образом.

Выделим в определении каждого n-го шага движения, где $n=1,\ldots,N$, четыре основных момента: 1) определение значения α_n, 2) определение значения x_n, 3) определение движения в *начале* n-го шага. Здесь считаем заданными стартовые величины x_n, $y^0{}_n$, α_n и $\beta^0{}_n$, когда величины y_n и β_n принимают значения $y_n=y^0{}_n$ и $\beta^0{}_n=0$ соотв. 4) определение движения в *конце* n-го шага, когда величины y_n и β_n принимают значения $y^1{}_n=m_n$ и $\beta^1{}_1=1$ соотв., а величины x_n и α_n остаются прежними.

Таким образом, получим следующие определения:

<u>*n-й шаг*</u>

1) α_n определяется по правилу:

(2) $\alpha_n = P(x_{n-1},m_{n-1},\alpha_{n-1},1)/R^{-1}{}_{M*}(M)$.

2) x_n определяется из *соотношения соответствия*:

(3) $P(x_n,y^0{}_n,\alpha_n,0) = P(x_{n-1},m_{n-1},\alpha_{n-1},1)$.

Это равенство означает, что конец (n-1)-го шага равен началу n-го шага. В этом случае предполагается, что $x_{n+1} > x_n$ (см. Лемму 3 Приложения 4).

3) Начало n-го шага: $x=x_n$, $y=y^0{}_n$, $\alpha=\alpha_n$ и $\beta=\beta^0{}_n=0$, т.е.

(4) $P(x_n,y^0{}_n,\alpha_n,0) = R^{-1}{}_{M*}oR^{-1}{}_{M/(1-\alpha(n))}(x_n + R^{-1}{}_{m*(n)}oR^{-1}{}_{m(n)}(y_0))$.

4) Конец n-го шага: $x=x_n$, $y=y^1{}_n=m_n$, $\alpha=\alpha_n$ и $\beta=\beta^1{}_n=1$, т.е.

(5) $P(x_n,y^1{}_n,\alpha_n,1) = R^{-1}{}_{M*}oR^{-1}{}_{M/(1-\alpha(n))}(x_n + R^{-1}{}_{m*(n)}(m_n))$.

Здесь предполагается, что $P(x_n,m_n,\alpha_n,1) > P(x_n,y^0_n,\alpha_n,0)$, т.е. смешанный режим размыкания является возрастающим по у (см. Лемму 1 Приложения 4).

Величина m_n (кроме случая n=1 – см. ниже) в этом случае может связываться с величиной производной $f'(x_n)$ некоторой функции f(x), значения f'(x) которой выражаются на шкале у, а шкала х выражает значения самой функции f(x) как суммы конечных дифференциалов. Это значит, что $m_n = f'(x_n)$, где m_n – верхняя граница монадической R-функции $R^{-1}{}_{mn}$ на n-м шаге.

Для 1-го и последнего N-го шага дополнительно имеем:

<u>1-й шаг</u> (*возникновение движения*).

1) $\alpha_1=0$,

2) $x_1=0$.

Таким образом, движение возникает, прорвавшись на верхнюю границу монады m_1.

Величину m_1 монады можно понимать в этом случае как верхнюю границу дифференциального количества вообще.

Теперь остается описать последний шаг построения полного движения, при котором монадическое приращение впервые выводит за границу M. Обозначим этот шаг индексом N.

<u>N-й шаг</u> (*завершение движения*).

Поскольку рассматривается последний шаг построения полного движения, то здесь имеется в виду, что величина $P(x_N,m_N,\alpha_N,1)$ *впервые* достигнет или превысит величину $R^{-1}{}_{M*}(M)$, так что должно выполняться *финальное соотношение*

(6) $P(x_N,y^0_N,\alpha_N,0) < R^{-1}{}_{M*}(M) \le P(x_N,m_N,\alpha_N,1)$.

Приложение 3. *Полное движение как функция времени*

Интересно также рассмотреть вопрос представления полного движения $P(x,y,\alpha,\beta)$ в виде функции времени P(t). Для этого, как представляется, нужно указать зависимости от времени для x, y, α и β. Здесь можно принять, что время t заквантовано порциями $t_0,t_1,t_2, \ldots,t_N,t_{N+1}$, где $t_0<t_1<t_2<\ldots<t_N<t_{N+1}$. Также определено *отображение квантования* q(t),

которое сопоставляет величине t ближайшее левое значение t_i, где i=0,1,…,N. Пусть $ind(t_i) = i$ – операция взятие индекса. В этом случае можно принять следующие соотношения:

$x(t) = x(q(t)) = x_{ind(q(t))}$,

$\alpha(t) = \alpha(q(t)) = \alpha_{ind(q(t))}$,

$y(t) = y(t – q(t)) = A_n(t\text{-}q(t))+B_n$,

$\beta(t) = \beta(t – q(t)) = (y(t\text{-}q(t))\text{-}y^0{}_n)/(m_n\text{-}y^0{}_n)$,

где

$n = ind(q(t))$,

$A_n = (m_n\text{-}y^0{}_n)/(t_{n+1}\text{-}t_n)$,

$B_n = (t_{n+1}y^0{}_n\text{-}\ t_nm_n)/(t_{n+1}\text{-}t_n)$.

В этом случае хорошо видно, что время полного движения оказывается *двуслойным*, т.е. каждый момент времени t может быть представлен как пара (q(t),t-q(t)). Величины x и α оказываются функциями первых координат двуслойного времени, т.е.

$x(t) = x(q(t),t\text{-}q(t)) = x(q(t))$,

$\alpha(t) = \alpha(q(t),t\text{-}q(t)) = \alpha(q(t))$.

Время q(t) можно называть *базовым* – это время изменения базового количества x.

Что же касается величин y и β, то они оказываются функциями вторых координат двуслойного времени:

$y(t) = y(q(t),t\text{-}q(t)) = y(t\text{-}q(t))$,

$\beta(t) = \beta(q(t),t\text{-}q(t)) = \beta(t\text{-}q(t))$.

Время t-q(t) можно называть *монадическим* – оно выражает изменения монадического количества y.

Среди всех параметров t можно выбрать такой, что будут выполняться условия

$t = P(x_{ind(q(t))},y(t\text{-}q(t)),\alpha_{ind(q(t))},\beta(t\text{-}q(t)))$.

Такой параметр можно называть *собственным временем* полного движения и обозначать, как это принято в дифференциальной геометрии, символом s. Отсюда видно, что *метрика полного движения является собственным временем данного движения*. Так *время оказывается мерой полного движения*[21]. Время, которое может быть представлено как собственное время некоторого полного движения, можно называть также *полным (плерональным) временем*. В общем случае полное движение может выражаться как в собственном времени, так и в другом полном времени. *Отношение полного движения к полному времени оказывается в этом случае отношением одного полного движения к другому*.

Приложение 4. *О некоторых свойствах R-метрики*

Докажем теперь некоторые свойства R-метрики полного движения, которое строится на основе функции

$P(x,y,\alpha,\beta) = R^{-1}_{M*} o R^{-1}_{M/(1-\alpha)}(x + R^{-1}_{m*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y))$.

Лемма 1. Функция $P(x,y,\alpha,\beta)$ возрастает по y и по β.

Док-во. Для доказательства достаточно показать, что частные производные $P(x,y,\alpha,\beta)$ по y и по β больше нуля. Пусть $R^{-1}_{M*} o R^{-1}_{M/(1-\alpha)}(z) = F(z)$ и $z = z(y,\beta) = R^{-1}_{m*} o R^{-1}_{m/(1-\beta)}(y)$. Тогда имеем:

$\partial P/\partial y = (\partial F/\partial z)(\partial z/\partial y)$,

$\partial P/\partial \beta = (\partial F/\partial z)(\partial z/\partial \beta)$.

Здесь получим, что $\partial F/\partial z>0$, поскольку F есть композиция двух обратных R-функций как возрастающих функций. В Приложении 1 было показано, что $\partial z/\partial y>0$ и $\partial z/\partial \beta>0$. Отсюда получаем, что $\partial P/\partial y>0$ и $\partial P/\partial \beta>0$.

Лемма 2. $\alpha_{n+1}>\alpha_n$.

Док-во. По определению, имеем:

[21] Такое понимание времени согласуется с определением времени как «меры движения» у Аристотеля.

$\alpha_n = P(x_{n-1},m_{n-1},\alpha_{n-1},1)/R^{-1}_{M*}(M)$,

$\alpha_{n+1} = P(x_n,m_n,\alpha_n,1)/R^{-1}_{M*}(M)$.

В силу возрастания функции $P(x,y,\alpha,\beta)$ по y и по β (см. Лемму 1), получим:

$P(x_n,m_n,\alpha_n,1) > P(x_n,y^0_n,\alpha_n,0)$.

Кроме того, согласно соотношению соответствия (см. формулу (3) из Приложения 2), получим, что

$P(x_n,y^0_n,\alpha_n,0) = P(x_{n-1},m_{n-1},\alpha_{n-1},1)$.

Отсюда получаем, что

$\alpha_{n+1} = P(x_n,m_n,\alpha_n,1)/R^{-1}_{M*}(M) > P(x_n,y^0_n,\alpha_n,0)/R^{-1}_{M*}(M) = P(x_{n-1},m_{n-1},\alpha_{n-1},1)/R^{-1}_{M*}(M) = \alpha_n$,

т.е. $\alpha_{n+1}>\alpha_n$.

Лемма 3. Если $y^0_{n+1}=0$ и $R^{-1}_{M*} = (M*/M)R^{-1}_M$ (*свойство однородности обратных R-функций*[22]), то $x_{n+1} > x_n$.

Док-во. Согласно соотношению соответствия (см. формулу (3) из Приложения 2), получим, что

$P(x_{n+1},y^0_{n+1},\alpha_{n+1},0) = P(x_n,m_n,\alpha_n,1)$, т.е.

$R^{-1}_{M*}oR^{-1}_{M/(1-\alpha(n+1))}(x_{n+1} + R^{-1}_{m*(n+1)}oR^{-1}_{m(n+1)}(y^0_{n+1})) =$

$= R^{-1}_{M*}oR^{-1}_{M/(1-\alpha(n))}(x_n + R^{-1}_{m*(n)}(m_n))$.

Полагая, что $y^0_{n+1}=0$, получим $R^{-1}_{m*(n+1)}oR^{-1}_{m(n+1)}(y^0_{n+1}) = 0$. Отсюда имеем:

$x_{n+1} = R^{+1}_{M/(1-\alpha(n+1))}oR^{-1}_{M/(1-\alpha(n))}(x_n + R^{-1}_{m*(n)}(m_n))$.

Имеем: $R^{-1}_{m*(n)}(m_n) = \delta_n>0$. Тогда

$x_{n+1} = R^{+1}_{M/(1-\alpha(n+1))}oR^{-1}_{M/(1-\alpha(n))}(x_n + \delta_n)$.

[22] Это свойство означает, что первично задается базовая обратная R-функция R^{-1}_M, а все прочие обратные R-функции R^{-1}_{M*} (с другой верхней границей M*) могут быть получены из базовой, согласно соотношению: $R^{-1}_{M*} = (M*/M)R^{-1}_M$.

В силу свойства однородности $R^{-1}_{M^*} = (M^*/M)R^{-1}_{M}$, имеем:

$R^{-1}_{M/(1-\alpha(n))} = ((1-\alpha_n)^{-1})R^{-1}_{M}$. Тогда

$x_{n+1} = ((1-\alpha_{n+1})^{-1})R^{+1}_{M}o((1-\alpha_n)^{-1})R^{-1}_{M}(x_n + \delta_n)$.

Пусть $\rho_n = x_n + \delta_n$, $\rho_n^* = R^{-1}_{M}(\rho_n)$.

Поскольку $0\leq\alpha_n\leq1$ и $0\leq\alpha_{n+1}\leq1$, то $(1-\alpha_n)^{-1}\geq1$ и $(1-\alpha_{n+1})^{-1}\geq1$.

Тогда получим:

$R^{+1}_{M}o((1-\alpha_n)^{-1})R^{-1}_{M}(x_n + \delta_n) = R^{+1}_{M}o((1-\alpha_n)^{-1})\rho_n^*)$.

Поскольку $((1-\alpha_n)^{-1})\rho_n^*\geq\rho_n^*$ и прямая R-функция есть возрастающая функция, то

$x_{n+1} = ((1-\alpha_{n+1})^{-1})R^{+1}_{M}o((1-\alpha_n)^{-1})\rho_n^*) \geq R^{+1}_{M}o((1-\alpha_n)^{-1})\rho_n^*) \geq R^{+1}_{M}o(\rho_n^*) = \rho_n$.

Таким образом, получим, что $x_{n+1} \geq \rho_n = x_n + \delta_n > x_n$, т.е.

$x_{n+1} > x_n$.