Лекция 47 общего курса. «Красота и симметрия»

План

1. *Ещё раз о теории обобщённой инвариантности*
2. *Инвариантность, симметрия, полярности*
3. *Примеры симметрии в природе и искусстве*
4. *Симметрия как инвариантность*
5. *Уровни инвариантности*
6. *Полярный портрет симметрии*
7. *Специфика полярного портрета симметрии*
8. *Плерональные определения симметрии*

В этой лекции речь пойдёт о категории красоты в связи с понятием симметрии и её выражением в современных точных науках.

1. *Ещё раз о теории обобщённой инвариантности*

В лекции 15 базового курса «К теории обобщённой инвариантности»[1] мы уже касались понятия симметрии и его связи с логикой анализа и синтеза. Напоминаю, что в этой лекции речь шла о том, что симметрия в современной науке рассматривается как *инвариантность* – то, что сохраняется в некотором классе преобразований. Можно выделить 5 основных факторов обеспечения инвариантности:

1) *Инварианты* И,
2) Некоторые *системы представления* инвариант (*системы отсчета* СО),

[1] См. http://neoallunity.ru/lec/lec15.pdf.

3) *Представления* П инвариант И в системах отсчета,
4) *Преобразования* Т, которые позволяют переходить от одних СО к другим,
5) *Закон* L связи представлений одного инварианта в разных СО.

В отношениях между инвариантами И и их представлениями П действуют основные соотношения логики анализа и синтеза[2]:

(1) П = И↓С – представление П есть инвариант И, взятый в системе отсчёта С,

(2) И = П↑Е – инвариант И есть представление П, взятое при некотором расширяющем условии Е.

Идеи инвариантности и конструкции анализа и синтеза можно соединить в рамках *обобщённой теории инвариантности*, в основе которой лежит идея координации этих структур:

1) Везде, где есть источники синтеза и их аспекты, можно предполагать задание соответствующего вида инвариантности, в котором синтезы будут представлены как инварианты, их аспекты – как представления синтезов в ограничивающих условиях (*обобщённых системах отсчета*).
2) С другой стороны, коль скоро дана некоторая схема инвариантности, включающая описанные выше элементы (инварианты, представления и т.д.), можно предполагать возможность представления инвариант как источников синтеза, их представлений – как аспектов синтеза, систем отсчета – как ограничивающих условий.

2. Инвариантность, симметрия, полярности

В лекции 15 базового курса[3] мы рассматривали простейшие виды геометрической симметрии на примере симметричных фигур – равностороннего треугольника, квадрата и круга. Каждая из таких фигур характеризуется тем классом преобразований, которые приводят к совпадению фигуры с самой собой. Для треугольника это повороты вокруг

---

[2] О логике анализа и синтеза см. http://neoallunity.ru/lec/lec3.pdf, http://neoallunity.ru/lec/lec4.pdf.

[3] См. http://neoallunity.ru/lec/lec15.pdf.

центра на углы, кратные 120°, для квадрата – кратные 90°, для круга – это любые углы поворота вокруг центра. Вот почему круг более симметричен, чем треугольник и квадрат.

Предполагалось также, что можно ввести *меру симметрии* (инвариантности) – как меру *позитива* инварианта, т.е. того множества обобщённых систем отсчёта, на которых инвариант даёт *определимые* представления – те представления, по которым этот инвариант можно восстановить.

Кроме того, для выражения идеи обобщённой инвариантности могут быть использованы средства полярного анализа – см. лекцию 11 базового курса «Полярная динамика»[4]. В этой лекции мера инвариантности была сведена к так называемой *полярной мере*, которая имеет очень простой вид и представляет собою проекцию текущего полярного вектора на финальный вектор.

Итак, в наших руках есть первоначальный математический аппарат теории симметрии, представленный концепцией обобщённой инвариантности, средствами логики анализа и синтеза и полярным анализом.

3. Примеры симметрии в природе и искусстве

Обратимся далее к роли симметрии в эстетике.

Не секрет, что множество красивых произведений природы и человека обладают той или иной симметрией.

Например, снежинки имеют самые разные симметричные формы – см. рис.1.

[4] См. http://neoallunity.ru/lec/lec11.pdf.

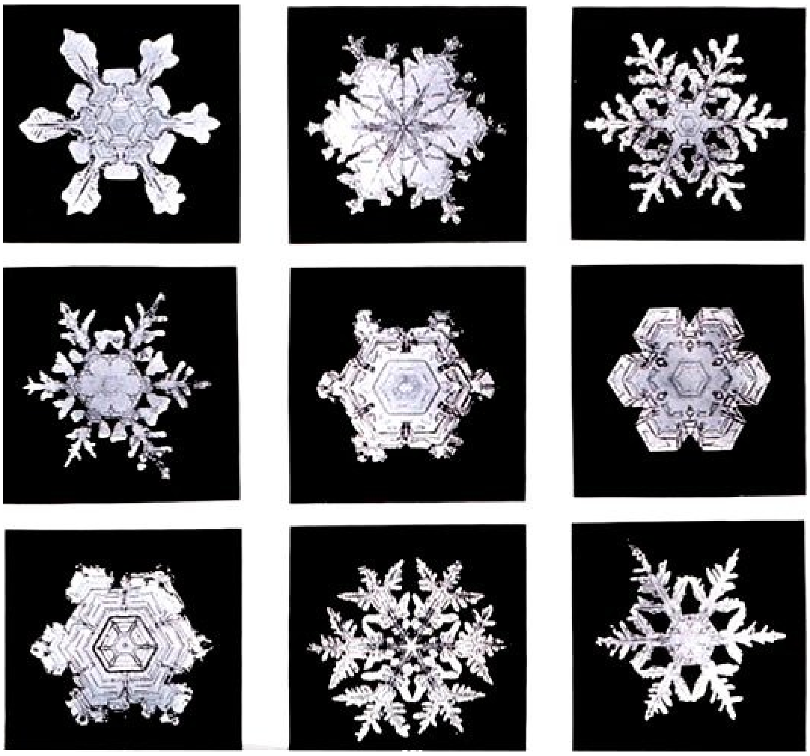

Рис.1. Фотографии снежинок.

Снежинки – частный случай кристаллов, и среди последних мы также повсеместно находим самые разнообразные формы симметрии – см. рис.2.

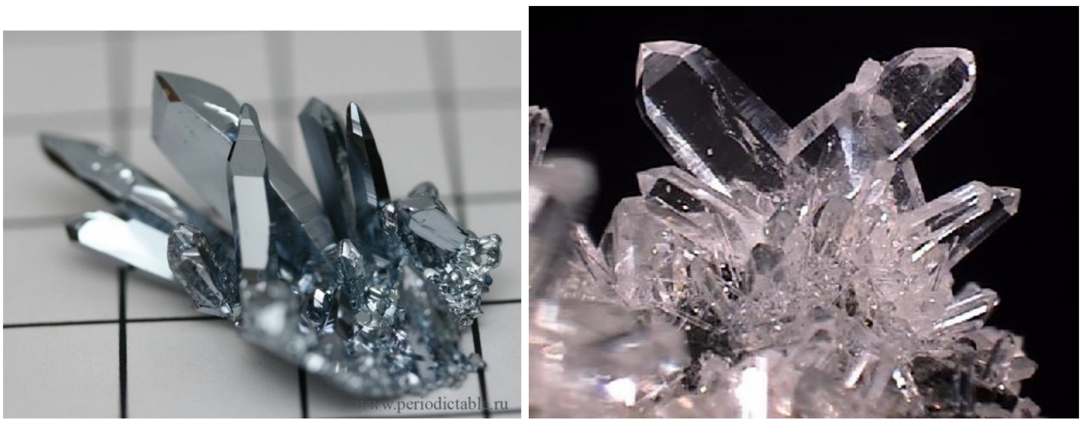

Рис.2. Кристаллы.

Самые разные формы симметрии мы находим в растительном мире – см. рис.3.

Рис.3. Симметрии растительных форм.

Насекомые, например, бабочки, обладают также разнообразными примерами симметрии – см. рис.4.

Рис. 4. Симметричная форма бабочки.

У животных также распространены виды симметричности – см. рис.5.

Рис. 5. Симметрии животных форм.

Человеческое тело несомненно содержит в своей организации множественные примеры симметричности – см. рис.6.

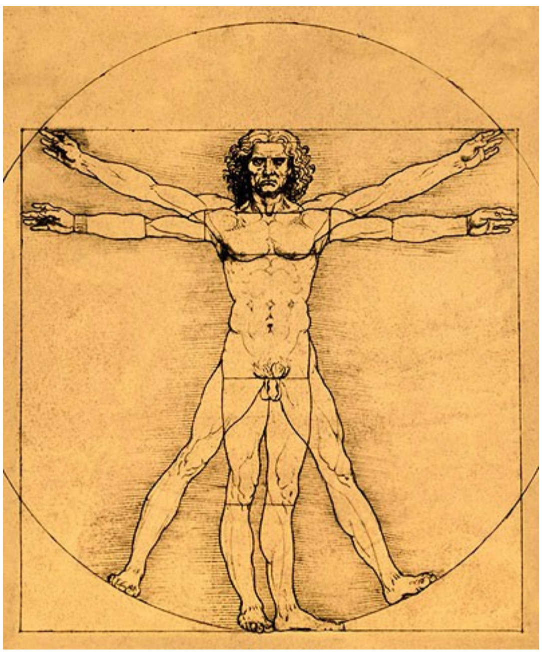

Рис. 6. Симметрии человеческого тела.

Разного рода произведения искусства также активно используют те или иные формы симметрии.

Таковы различные узоры и орнаменты – см. рис.7.

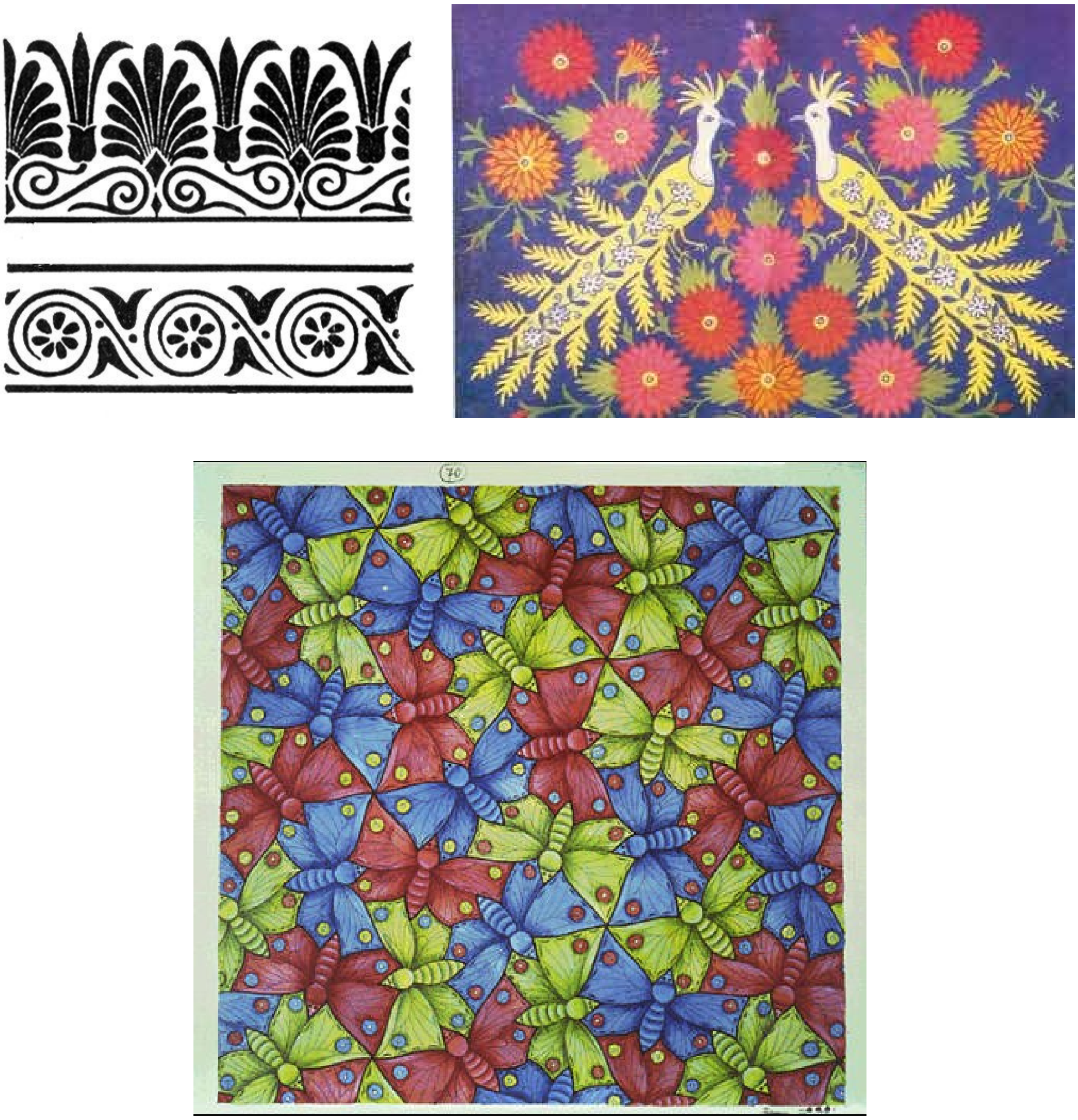

Рис. 7. Примеры симметричных узоров и орнаментов.

В архитектуре мы находим множество примеров замечательных симметрий – см. рис.8.

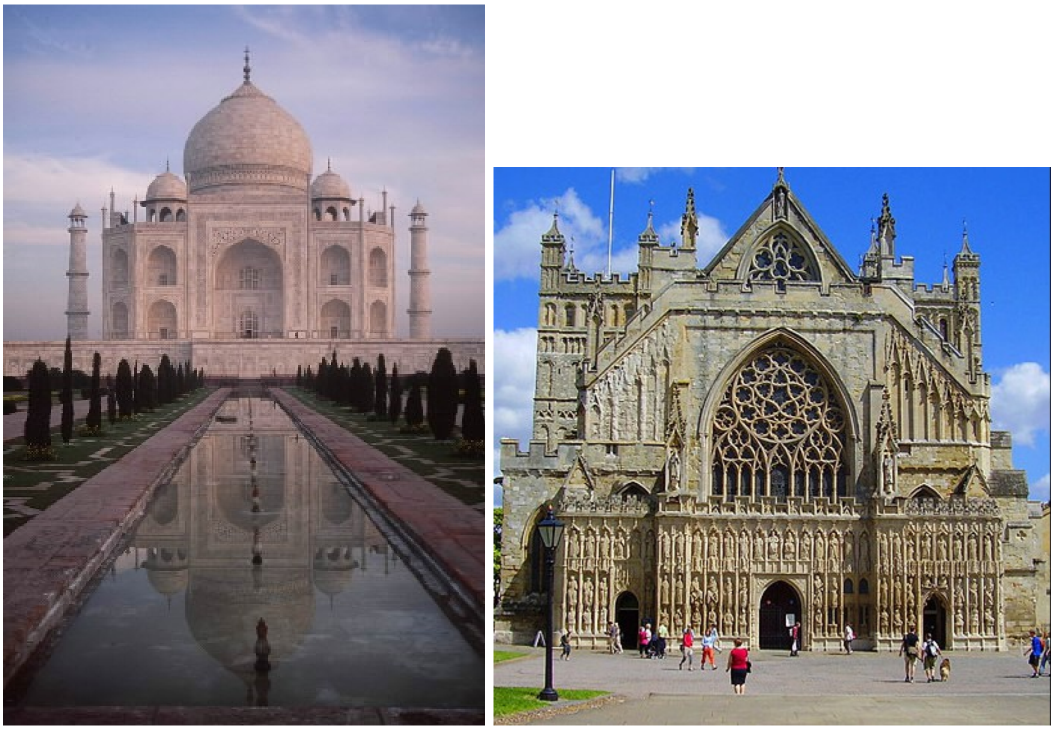

Рис. 8. Примеры архитектурных симметрий.

И все эти симметричные формы мы одновременно находим красивыми. Таким образом, симметрия несомненно связана с красотой и представляет собою одно из достаточно ярких её проявлений.

4. Симметрия как инвариантность

Как уже отмечалось, симметрия – это инвариантность в некотором классе преобразований. Например, если мы посмотрим на симметричную форму бабочки (см. рис.9),

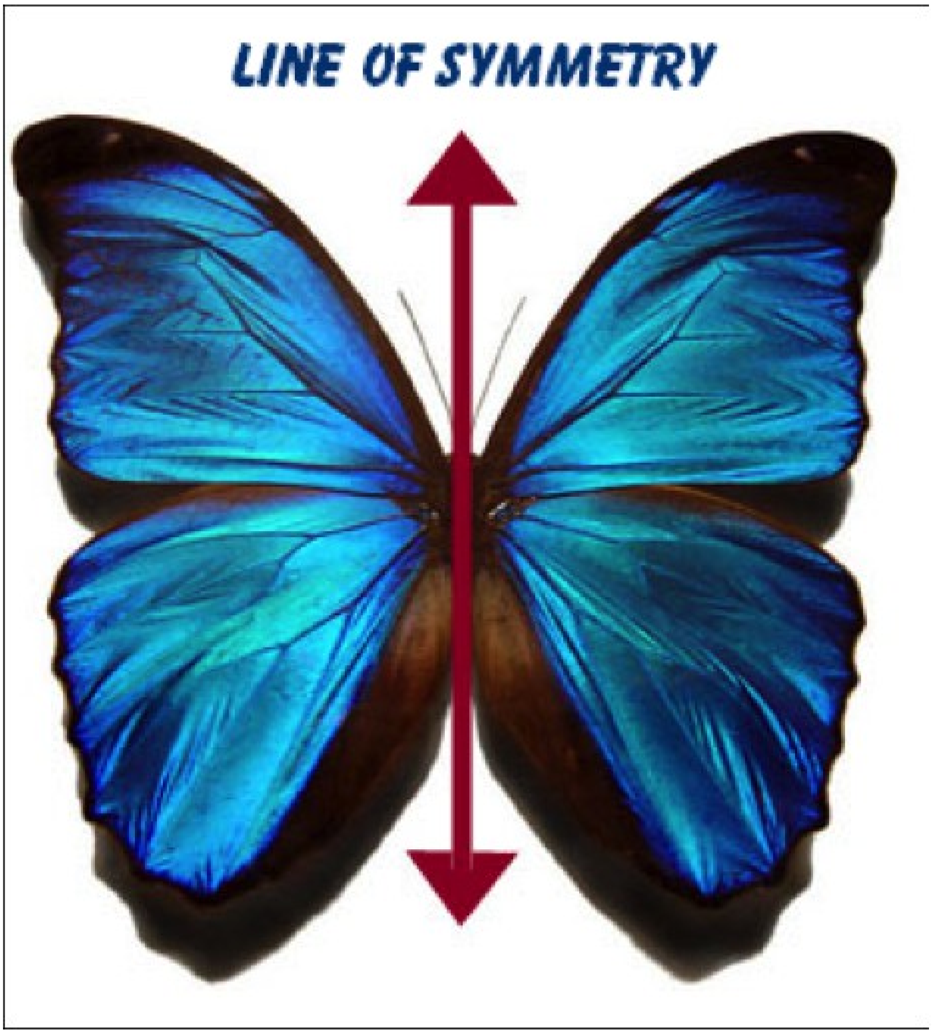

Рис.9. Зеркальная симметрия тела бабочки.

то мы ясно видим здесь центральную ось симметрии, относительно которой левая и правая половины бабочки оказываются симметричными. Если мы как в зеркале отразим бабочку, то она совпадёт с собой, и каждая её половина отразится в другую половину. Такая симметрия называется *зеркальной*. Конечно, у реальных объектов подобная симметрия не абсолютна, но в данном случае она выражена достаточно сильно.

Подобные преобразования возникают для всех симметрий. Особенность лишь в том, что преобразования могут быть разными – повороты, отражения, сдвиги и т.д. Если на симметричный объект подействовать характерным для его симметрии преобразованием, то объект совпадёт с собой. В лекции 15 базового курса мы более подробно рассматривали такие примеры инвариантных преобразований как вращения равностороннего треугольника относительно своего центра.

5. Уровни инвариантности

В случае инвариантных преобразований, как это было выяснено в случае с треугольником[5], следует различать два уровня организации симметричного объекта – *неименованный* и *именованный*. Например, когда при вращении вокруг центра треугольник совпадает с собой, то здесь можно говорить о треугольной форме вообще (неименованный треугольник), и о конкретном состоянии треугольника, где мы различаем отдельные вершины (именованный треугольник). Совпадение объекта с собой при инвариантном преобразовании окажется в этом случае совпадением неименованного объекта для именованных его состояний до и после преобразования. То же верно и для рассмотренного выше примера с бабочкой. Если не различать, какое именно у неё крыло правое, а какое левое, то мы получим неименованную форму бабочки. Если же, например, одно крыло пометить одним цветом, а второе другим, то возникнет вариант уже именованной формы. Когда именованные формы меняются при зеркальном отображении, за ними стоит одна и та же неименованная форма. Последняя есть инвариант И преобразований, в то время как именованные формы выступают в качестве представлений П этого инварианта в тех или иных системах отсчёта.

6. Полярный портрет симметрии

Если симметричные структуры одновременно красивы, то мы получаем, казалось бы, второе определение красоты (красота как симметрия), кроме того, что было уже дано ранее (красота как плерональная система полярностей[6]). Вскоре, однако, оказывается, что понимание красоты как симметрии выступает как частный случай всё того же определения красоты как равновесия на полярностях. Показать это и есть главная цель нашей лекции.

Чтобы показать, что симметрия есть частный случай гармонии полярностей, нам нужно применить язык полярного анализа к понятию симметрии.

---

[5] См. http://neoallunity.ru/lec/lec15.pdf.

[6] См. http://neoallunity.ru/lec/lec44_.pdf.

В общем случае симметрия, как мы выяснили, предполагает именованные и неименованное состояния объекта, так что первые меняются, а второе остаётся неизменным в инвариантных преобразованиях, характерных для данного вида симметрии.

Чтобы перевести такого рода структуру в термины полярностей, будем предполагать, что *именованные состояния объекта образуют более неравновесные полярности в некотором многомерном полярном пространстве, в то время как неименованное состояние объекта выступит в этом случае как выражение максимального полярного равновесия, т.е. как финальный полярный вектор* Ф (*гипотеза полярной структуры симметрии*).

Например, если вернуться к примеру с бабочкой, то здесь мы видим два основных именованных состояния – правое и левое.

Можно предполагать, что *каждое именованное состояние объекта – как полярный вектор - больше отклоняется в сторону своего базисного полярного вектора, в связи с чем число основных именованных состояний будет одновременно указанием на число измерений полярного пространства* (*гипотеза симметричного полярного базиса*).

Например, если в примере с бабочкой мы имеем дело с двумя основными именованными состояниями – правым и левым, то можно предполагать здесь задание двумерного полярного пространства с двумя базисными полярными векторами П (полярность правого) и Л (полярность левого), в то время как финальный вектор Ф (неименованная форма) будет векторной суммой этих базисных векторов, т.е. Ф = П+Л.

Так мы получаем ключ к построению *полярного портрета симметрии*.

7. Специфика полярного портрета симметрии

Следует также отметить ещё один характерный момент полярного портрета, который присущ именно симметрии.

Обычно в случае симметричных структур, которые теми или иными инвариантными преобразованиями переводятся в себя (на уровне неименованной структуры), мы имеем *высокую степень близости* между именованными и неименованным состояниями. В самом деле, если вы посмотретите на все приведённые выше примеры симметрий в природе и искусстве, повсюду вы можете заметить своеобразное «мерцание» в глазах, когда части сливаются с целым, и одно мерцает другим. Например, левая форма мерцает правой, и обе они мерцают целым для зеркально-симметричных объектов[7]. То же, но для своих преобразований, верно и для других случаев. Вспомним, например, что каждый именованный треугольник легко превращается в неименованный, для чего достаточно снять именование его вершин.

В связи с этим для случая симметричных объектов можно предполагать заданность специфического полярного портрета, в котором именованные представления инвариантного (неименованного) объекта можно представить как полярные векторы, *достаточно близко* прилегающие к финальному вектору Ф. Хотя каждый из них хранит момент неравновесности-именованности, отклоняясь в сторону своего базисного полярного вектора, но одновременно отмечается и высокая близость именованного состояния к неименованному, т.е. к финальному вектору Ф.

В итоге мы должны будем получить для симметричной структуры некоторый своеобразный полярный портрет[8], частный случай которого для двух базисных полярностей изображён на рисунке – см. рис. 10.

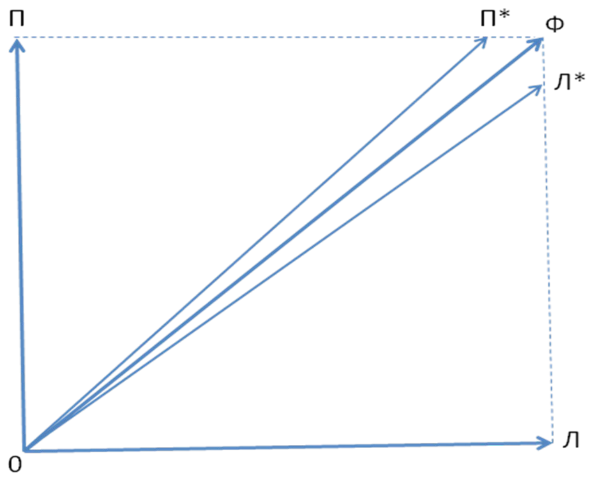

Рис. 10. Полярный портрет симметрии на двух полярностях правого П и левого Л в случае зеркальной симметрии. Здесь через П* представлена правая, через Л* левая акцентуация зеркально симметричной формы.

[7] Под левой и правой формами здесь имеются в виду вся симметричная форма в целом, в которой усилен (акцентирован, именован) левый или правый аспект зеркально-симметричной структуры.

[8] Возможно, в этом своеобразии можно видеть момент выделения понятия симметрии из общего концепта обобщённой инвариантности.

8. Плерональные определения симметрии

Таким образом, симметрия как случай красоты в природе и искусстве оказывается также некоторой полярной структурой, которая представляет собою множество полярных векторов, тесно группирующихся вокруг финального полярного вектора Ф.

Осюда же можно предполагать и связь симметрии с плерональной организацией.

Поскольку финальный вектор Ф одновременно представляет собою наиболее законченное состояние для базисной системы полярностей, то, как уже отмечалось ранее[9], со структурой многомерного полярного пространства можно связать свой плерон, в котором финальный вектор Ф будет сопоставлен последнему элементу плерона.

Полярности именованных состояний симметричной структуры будут в этом случае выражать одновременно те или иные элементы плерона, так что можно предполагать возможность линейного упорядочивания на именованных состояниях как на последовательных элементах соответствующего плерона. Последний элемент в этом пересчёте будет одновременно символизировать максимально равновесное состояние финального вектора Ф.

Например, именованные состояния правого П и левого Л для зеркально-симметричной структуры можно выстроить в линейную последовательность Л,П, в которой последний элемент П будет не только восполнять первый элемент, но и одновременно символизировать достижение целого-инварианта Л+П = Ф – финального вектора неименованного состояния зеркально-симметричной структуры.

Для случая равностороннего треугольника мы получим три основных именованных состояния 0^{o}, 120^{o}, 240^{o}, если под углом в данном случае понимать угол поворота относительно некоторого первоначального состояния именованной формы. Такие основные именованные треугольники назывались в лекции 16 базового курса *полуименованными* треугольниками[10]. С ними связана *циклическая группа 3-го порядка*, которая наиболее ярко проявляет плерональнo-циклическую организацию симметричной структуры. Для зеркально симметричной структуры будет характерна *циклическая группа 2-го порядка*. Подобная групповая структура инвариантных преобразований характерна

[9] См. http://neoallunity.ru/lec/lec44_.pdf.

[10] См. http://neoallunity.ru/lec/lec16.pdf.

для всех видов симметрии. *Если же с групповой структурой связана некоторая сквозная структура циклических групп, то мы можем говорить о плерональной организации такой симметрии*. По-видимому, именно такие симметрии, которые обладают сквозной циклически-плерональной организацией, воспринимаются нами как гармоничные и законченные.

В итоге эстетически-симметричная структура оказывается не просто своеобразной системой полярностей, но и одновременно снабжённой собственной плерональной организацией. Так от якобы двух возникших определений мы вновь возвращаемся к одному главному определению красоты как равновесной (плерональной) системы полярностей. Разного рода красивые симметрии оказываются частным случаем этого полярно-равновесного определения красоты.